

**WYMAGANIA EDUKACYJNE NIEZBĘDNE DO OTRZYMANIA PRZEZ UCZNIA
LICEUM NA PODBUDOWIE GIMNAZJUM POSZCZEGÓLNYCH
ŚRÓDROCZNYCH I ROCZNYCH OCEN KLASYFIKACYJNYCH Z
MATEMATYKI**

Wyróżnione zostały następujące wymagania programowe: konieczne (K), podstawowe (P), rozszerzające (R), dopełniające (D) i wykraczające poza program nauczania (W). Wymienione poziomy wymagań odpowiadają w przybliżeniu ocenom szkolnym. Nauczyciel, określając te poziomy, powinien zatem sprecyzować, czy opanowania pewnych czynności lub wiedzy będzie wymagał na ocenę dopuszczającą (2), dostateczną (3), dobrą (4), bardzo dobrą (5) lub celującą (6).

- Wymagania **konieczne (K)** dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących swego rodzaju podstawę, zatem powinny być opanowane przez każdego ucznia.
- Wymagania **podstawowe (P)** zawierają wymagania z poziomu (K) wzbogacone o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności.
- Wymagania **rozszerzające (R)**, zawierające wymagania z poziomów (K) i (P), dotyczą zagadnień bardziej złożonych i nieco trudniejszych.
- Wymagania **dopełniające (D)**, zawierające wymagania z poziomów (K), (P) i (R), dotyczą zagadnień problemowych, trudniejszych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych informacji.
- Wymagania **wykraczające (W)** dotyczą zagadnień trudnych, oryginalnych, wykraczających poza obowiązkowy program nauczania.

Poniżej przedstawiony został podział wymagań na poszczególne oceny szkolne:

ocena dopuszczająca	–	wymagania na poziomie (K)
ocena dostateczna	–	wymagania na poziomie (K) i (P)
ocena dobra	–	wymagania na poziomie (K), (P) i (R)
ocena bardzo dobra	–	wymagania na poziomie (K), (P), (R) i (D)
ocena celująca	–	wymagania na poziomie (K), (P), (R), (D) i (W)

KLASA PIERWSZA

1. LICZBY RZECZYWISTE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none">• podaje przykłady liczb: naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych, pierwszych i złożonych oraz przyporządkowuje liczbę do odpowiedniego zbioru liczb
<ul style="list-style-type: none">• stosuje cechy podzielności liczb
<ul style="list-style-type: none">• rozróżnia liczby pierwsze i liczby złożone
<ul style="list-style-type: none">• porównuje liczby wymierne
<ul style="list-style-type: none">• podaje przykład liczby wymiernej zawartej między dwiema danymi liczbami oraz przykłady liczb niewymiernych
<ul style="list-style-type: none">• zaznacza na osi liczbowej daną liczbę wymierną
<ul style="list-style-type: none">• przedstawia liczby wymierne w różnych postaciach
<ul style="list-style-type: none">• wyznacza przybliżenia dziesiętne danej liczby rzeczywistej z zadaną dokładnością (również przy użyciu kalkulatora) oraz określa, czy dane przybliżenie jest przybliżeniem z nadmiarem, czy z niedomiarem
<ul style="list-style-type: none">• wykonuje proste działania w zbiorach liczb całkowitych, wymiernych i rzeczywistych
<ul style="list-style-type: none">• oblicza wartość pierwiastka dowolnego stopnia z liczby nieujemnej oraz wartość pierwiastka nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej
<ul style="list-style-type: none">• wyłącza czynnik przed znak pierwiastka
<ul style="list-style-type: none">• włącza czynnik pod znak pierwiastka
<ul style="list-style-type: none">• wykonuje działania na pierwiastkach tego samego stopnia, stosując odpowiednie twierdzenia
<ul style="list-style-type: none">• usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu $\frac{1}{\sqrt{a}}$
<ul style="list-style-type: none">• przekształca i oblicza wartości wyrażeń zawierających pierwiastki kwadratowe, stosując wzory skróconego mnożenia
<ul style="list-style-type: none">• wykonuje proste działania na potęgach o wykładnikach całkowitych
<ul style="list-style-type: none">• przedstawia liczbę w notacji wykładniczej
<ul style="list-style-type: none">• oblicza procent danej liczby
<ul style="list-style-type: none">• oblicza, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba
<ul style="list-style-type: none">• wyznacza liczbę, gdy dany jest jej procent
<ul style="list-style-type: none">• posługuje się procentami w rozwiązywaniu prostych zadań praktycznych
<ul style="list-style-type: none">• prawidłowo odczytuje informacje przedstawione na diagramach
<ul style="list-style-type: none">• wykonuje działania na wyrażeniach algebraicznych (w tym: stosuje wzory skróconego mnożenia dotyczące drugiej potęgi)

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none">• stosuje ogólny zapis liczb naturalnych parzystych, nieparzystych, podzielnych przez 3 itp.
<ul style="list-style-type: none">• wykorzystuje dzielenie z resztą do przedstawienia liczby naturalnej w postaci $a \cdot k + r$
<ul style="list-style-type: none">• konstruuje odcinki o długościach niewymiernych
<ul style="list-style-type: none">• usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu $\frac{a}{b \pm \sqrt{d}}$
<ul style="list-style-type: none">• wykonuje działania łączne na liczbach rzeczywistych
<ul style="list-style-type: none">• zamienia ułamek dziesiętny okresowy na ułamek zwykły
<ul style="list-style-type: none">• porównuje pierwiastki bez użycia kalkulatora
<ul style="list-style-type: none">• wykonuje działania łączne na potęgach o wykładnikach całkowitych
<ul style="list-style-type: none">• oblicza, o ile procent jedna liczba jest większa (mniejsza) od drugiej
<ul style="list-style-type: none">• rozwiązuje złożone zadania tekstowe, wykorzystując obliczenia procentowe
<ul style="list-style-type: none">• ocenia dokładność zastosowanego przybliżenia

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących podzielności liczb
• uzasadnia prawa działań na potęgach o wykładnikach naturalnych (całkowitych)
• przeprowadza dowód nie wprost
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące liczb rzeczywistych

2. JĘZYK MATEMATYKI (OŚ LICZBOWA, PRZEDZIAŁY LICZBOWE, NIERÓWNOŚCI LINIOWE, RÓWNAŃ LINIOWYCH BŁĄD BEZWZGLĘDNY I BŁĄD WZGLĘDNY PRZYBLIŻENIA)

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• posługuje się pojęciami: zbiór, podzbiór, zbiór skończony, zbiór nieskończony
• opisuje symbolicznie dane zbiory
• wyznacza iloczyn, sumę oraz różnicę danych zbiorów
• zaznacza na osi liczbowej przedziały liczbowe
• wyznacza iloczyn, sumę i różnicę przedziałów liczbowych
• rozwiązuje proste równania i nierówności liniowe
• zaznacza na osi liczbowej zbiór rozwiązań nierówności liniowej
• zapisuje zbiory w postaci przedziałów liczbowych, np. $A = \{x \in \mathbb{R} : x \geq -4 \wedge x < 1\} = \langle -4, 1 \rangle$
• oblicza wartość bezwzględną liczby rzeczywistej
• stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania elementarnych równań i nierówności typu $ x = a, x < a$
• wyznacza błąd bezwzględny oraz błąd względny przybliżenia

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobłą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• zaznacza na osi liczbowej zbiory liczb spełniających układ nierówności liniowych z jedną niewiadomą
• wykonuje złożone działania na przedziałach liczbowych
• rozwiązuje równania i nierówności liniowe
• przekształca wyrażenia algebraiczne, korzystając z własności wartości bezwzględnej

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące zbiorów i własności wartości bezwzględnej

LOGARYTMY

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych
• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym
• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie
• upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach (proste przypadki)
• porównuje liczby przedstawione w postaci potęg (proste przypadki)
• oblicza logarytm danej liczby
• stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń
• wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest jego wartość
• rozwiązuje równania wykładnicze, stosując logarytm
• oblicza logarytm iloczynu, ilorazu i potęgi, stosując odpowiednie twierdzenia o logarytmach

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobłą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach
• porównuje liczby przedstawione w postaci potęg
• podaje odpowiednie założenia dla podstawy logarytmu lub liczby logarytmowanej
• podaje przybliżoną wartość logarytmów dziesiętnych z wykorzystaniem tablic
• stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadnienia równości wyrażeń
• wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i logarytmu do rozwiązywania zadań o kontekście praktycznym

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• dowodzi twierdzenia o logarytmach
• wykorzystuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu w zadaniach
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji wykładniczej i logarytmicznej

WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE I WZORY SKRÓCONEGO MNOŻENIA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• rozpoznaje jednomiany i sumy algebraiczne
• oblicza wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych
• redukuje wyrazy podobne w sumie algebraicznej
• dodaje, odejmuje i mnoży sumy algebraiczne
• przekształca wyrażenia algebraiczne, uwzględniając kolejność wykonywania działań
• przekształca wyrażenie algebraiczne z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia
• stosuje wzory skróconego mnożenia do wykonywania działań na liczbach postaci $a + b\sqrt{c}$

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• rozwiązuje równania wyższych stopni, stosując zasadę wyłączania wspólnego czynnika przed nawias

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące rozwiązywania równań wyższego stopnia
• rozwiązuje zadania tekstowe z zastosowaniem wykresu lub wzoru wielomianu

PODPBIĘSTWO FIGUR

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• rozróżnia trójkąty: ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne
• stosuje twierdzenie o sumie miar kątów w trójkącie
• sprawdza, czy z trzech odcinków o danych długościach można zbudować trójkąt
• uzasadnia przystawanie trójkątów, wykorzystując cechy przystawania
• wykorzystuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania prostych zadań
• uzasadnia podobieństwo trójkątów, wykorzystując cechy podobieństwa
• zapisuje proporcje boków w trójkątach podobnych
• wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania elementarnych zadań
• sprawdza, czy dane figury są podobne
• oblicza długości boków figur podobnych
• posługuje się pojęciem skali do obliczania odległości i powierzchni przedstawionych za pomocą planu lub mapy
• stosuje w zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych
• wskazuje w wielokątach odcinki proporcjonalne
• stosuje twierdzenie Pitagorasa
• wykorzystuje wzory na przekątną kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym, gdy dane są boki

tego trójkąta
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje trójkąty prostokątne
<ul style="list-style-type: none"> stosuje w zadaniach wzór na pole trójkąta: $P = \frac{1}{2}ah$ oraz wzór na pole trójkąta równobocznego o boku a: $P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> przeprowadza dowód twierdzenia o sumie miar kątów w trójkącie
<ul style="list-style-type: none"> stosuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania trudniejszych zadań geometrycznych
<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania praktycznych problemów

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> przeprowadza dowód twierdzenia Talesa
<ul style="list-style-type: none"> stosuje twierdzenia o związkach miarowych podczas rozwiązywania zadań, które wymagają przeprowadzenia dowodu
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia i dowodzenia z zastosowaniem twierdzenia Talesa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Talesa
<ul style="list-style-type: none"> stosuje własności podobieństwa figur podczas rozwiązywania zadań problemowych oraz zadań wymagających przeprowadzenia dowodu
<ul style="list-style-type: none"> stosuje własności czworokątów podczas rozwiązywania zadań, które wymagają przeprowadzenia dowodu
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące przystawania i podobieństw figur

TRYGONOMETRIA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> podaje definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym
<ul style="list-style-type: none"> podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów 30°, 45°, 60°
<ul style="list-style-type: none"> oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w trójkącie prostokątnym
<ul style="list-style-type: none"> odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego
<ul style="list-style-type: none"> znajduje w tablicach kąt ostry, gdy dana jest wartość jego funkcji trygonometrycznej
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje trójkąty prostokątne w prostych zadaniach
<ul style="list-style-type: none"> oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, mając dany sinus, cosinus kąta
<ul style="list-style-type: none"> podaje związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
<ul style="list-style-type: none"> stosuje zależności między funkcjami trygonometrycznymi do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne
<ul style="list-style-type: none"> stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań osadzonych w kontekście praktycznym
<ul style="list-style-type: none"> zaznacza kąt w układzie współrzędnych
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu
<ul style="list-style-type: none"> określa znaki funkcji trygonometrycznych danego kąta
<ul style="list-style-type: none"> oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: 90°, 120°, 135°

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none"> stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań praktycznych o podwyższonym stopniu trudności
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje trójkąty prostokątne
<ul style="list-style-type: none"> oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, mając dany tangens kąta
<ul style="list-style-type: none"> uzasadnia związki między funkcjami trygonometrycznymi

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none">rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące funkcji trygonometrycznych
<ul style="list-style-type: none">stosuje związek między współczynnikiem kierunkowym a kątem nachylenia prostej do osi OX

FUNKCJE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none">rozpoznaje przyporządkowania będące funkcjami
<ul style="list-style-type: none">określa funkcję różnymi sposobami (wzorem, tabelką, wykresem, opisem słownym)
<ul style="list-style-type: none">poprawnie stosuje pojęcia związane z pojęciem funkcji: dziedzina, zbiór wartości, argument, wartość i wykres funkcji
<ul style="list-style-type: none">odczytuje z wykresu dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, najmniejszą i największą wartość funkcji
<ul style="list-style-type: none">wyznacza dziedzinę funkcji określonej tabelą lub opisem słownym
<ul style="list-style-type: none">wyznacza dziedzinę funkcji danej wzorem, wymagającym jednego założenia
<ul style="list-style-type: none">oblicza miejsca zerowe funkcji danej wzorem (w prostych przykładach)
<ul style="list-style-type: none">oblicza wartość funkcji dla różnych argumentów na podstawie wzoru funkcji
<ul style="list-style-type: none">oblicza argument odpowiadający podanej wartości funkcji
<ul style="list-style-type: none">sprawdza algebraicznie położenie punktu o danych współrzędnych względem wykresu funkcji danej wzorem
<ul style="list-style-type: none">wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji danej wzorem z osiami układu współrzędnych
<ul style="list-style-type: none">rysuje w prostych przypadkach wykres funkcji danej wzorem
<ul style="list-style-type: none">sporządza wykresy funkcji: $y = f(x - p)$, $y = f(x) + q$, $y = f(x - p) + q$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$ na podstawie danego wykresu funkcji $y = f(x)$
<ul style="list-style-type: none">odczytuje z wykresu wartość funkcji dla danego argumentu oraz argument dla danej wartości funkcji
<ul style="list-style-type: none">na podstawie wykresu funkcji określa argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne
<ul style="list-style-type: none">określa na podstawie wykresu przedziały monotoniczności funkcji
<ul style="list-style-type: none">wskazuje wykresy funkcji rosnących, malejących i stałych wśród różnych wykresów
<ul style="list-style-type: none">stosuje funkcje i ich własności w prostych sytuacjach praktycznych

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none">rozpoznaje i opisuje zależności funkcyjne w otaczającej nas rzeczywistości
<ul style="list-style-type: none">przedstawia daną funkcję na różne sposoby
<ul style="list-style-type: none">określa dziedzinę oraz wyznacza miejsca zerowe funkcji danej wzorem, który wymaga kilku założeń
<ul style="list-style-type: none">na podstawie wykresu funkcji określa liczbę rozwiązań równania $f(x) = m$ w zależności od wartości parametru m
<ul style="list-style-type: none">na podstawie wykresu funkcji odczytuje zbiory rozwiązań nierówności: $f(x) > m$, $f(x) < m$, $f(x) \geq m$, $f(x) \leq m$ dla ustalonej wartości parametru m
<ul style="list-style-type: none">odczytuje z wykresów funkcji rozwiązania równań i nierówności typu $f(x) = g(x)$, $f(x) < g(x)$, $f(x) > g(x)$
<ul style="list-style-type: none">szkicuje wykres funkcji spełniającej podane warunki

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none">uzasadnia, że funkcja $f(x) = \frac{1}{x}$ nie jest monotoniczna w swojej dziedzinie
<ul style="list-style-type: none">rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji

KLASA DRUGA

FUNKCJA LINIOWA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• rozpoznaje funkcję liniową na podstawie wzoru lub wykresu
• podaje przykłady funkcji liniowych opisujących sytuacje z życia codziennego
• rysuje wykres funkcji liniowej danej wzorem
• oblicza wartość funkcji liniowej dla danego argumentu i odwrotnie
• wyznacza miejsce zerowe funkcji liniowej
• interpretuje współczynniki ze wzoru funkcji liniowej
• wyznacza algebraicznie oraz odczytuje z wykresu funkcji liniowej zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie (ujemne)
• odczytuje z wykresu funkcji liniowej jej własności: dziedzinę, zbiór wartości, miejsce zerowe, monotoniczność
• wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dane dwa punkty
• wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykresem jest dana prosta
• wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji liniowej z osiami układu współrzędnych
• sprawdza algebraicznie i graficznie, czy dany punkt należy do wykresu funkcji liniowej
• przekształca równanie ogólne prostej do postaci kierunkowej i odwrotnie
• sprawdza, czy dane trzy punkty są współliniowe
• stosuje warunek równoległości i prostopadłości prostych
• wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej
• wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest prostopadły do wykresu danej funkcji liniowej
• rozstrzyga, czy dany układ dwóch równań liniowych jest oznaczony, nieoznaczony czy sprzeczny
• rozwiązuje układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi metodą podstawiania i metodą przeciwnych współczynników
• określa liczbę rozwiązań układu równań liniowych, korzystając z jego interpretacji geometrycznej

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobłą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• sprawdza, dla jakich wartości parametru funkcja liniowa jest rosnąca, malejąca, stała
• rysuje wykres funkcji przedziałami liniowej i omawia jej własności
• oblicza pole figury ograniczonej wykresami funkcji liniowych oraz osiami układu współrzędnych
• sprawdza, dla jakich wartości parametru dwie proste są równoległe, prostopadłe
• znajduje współrzędne wierzchołków wielokąta, gdy dane są równania prostych zawierających jego boki
• rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi
• rozwiązuje algebraicznie układ trzech równań liniowych z trzema niewiadomymi

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• określa własności funkcji liniowej w zależności od wartości parametrów występujących w jej wzorze
• wykorzystuje własności funkcji liniowej w zadaniach dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych
• rozwiązuje graficznie układ równań, w którym występuje wartość bezwzględna
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji liniowej

5. FUNKCJA KWADRATOWA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• rysuje wykres funkcji $f(x) = ax^2$ i podaje jej własności
--

• sprawdza algebraicznie, czy dany punkt należy do wykresu danej funkcji kwadratowej
• rysuje wykres funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej i podaje jej własności
• ustala wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej na podstawie informacji o przesunięciach wykresu
• przekształca wzór funkcji kwadratowej z postaci kanonicznej do postaci ogólnej i odwrotnie
• oblicza współrzędne wierzchołka paraboli
• znajduje brakujące współczynniki funkcji kwadratowej, znając współrzędne punktów należących do jej wykresu
• rozwiązuje równania kwadratowe niepełne metodą rozkładu na czynniki oraz stosując wzory skróconego mnożenia
• wyznacza algebraicznie współrzędne punktów przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych
• określa liczbę pierwiastków równania kwadratowego w zależności od znaku wyróżnika
• rozwiązuje równania kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki
• sprowadza funkcję kwadratową do postaci iloczynowej, o ile można ją w tej postaci zapisać
• odczytuje miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej
• rozwiązuje nierówności kwadratowe
• wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej w podanym przedziale

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• na podstawie wykresu określa liczbę rozwiązań równania $f(x) = m$ w zależności od parametru m , gdzie $y = f(x)$ jest funkcją kwadratową
• rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do wyznaczenia wartości najmniejszej i największej funkcji kwadratowej
• rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do równań lub nierówności kwadratowych
• znajduje iloczyn, sumę i różnicę zbiorów rozwiązań nierówności kwadratowych

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• przekształca na ogólnych danych wzór funkcji kwadratowej z postaci ogólnej do postaci kanonicznej
• wyprowadza wzory na współrzędne wierzchołka paraboli
• wyprowadza wzory na pierwiastki równania kwadratowego
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej

CIĄGI

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
• szkicuje wykres ciągu
• wyznacza wzór ogólny ciągu, mając danych kilka jego początkowych wyrazów
• wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym lub słownie
• wyznacza, które wyrazy ciągu przyjmują daną wartość
• podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają dane warunki
• uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny, mając dane jego kolejne wyrazy
• wyznacza wyraz a_{n+1} ciągu określonego wzorem ogólnym
• podaje przykłady ciągów arytmetycznych
• wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę
• wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy
• sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny (proste przypadki)
• wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy
• sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny (proste przypadki)
• stosuje średnią arytmetyczną do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego (proste przypadki)
• określa monotoniczność ciągu arytmetycznego i geometrycznego
• oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego
• podaje przykłady ciągów geometrycznych

• wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz
• stosuje monotoniczność ciągu geometrycznego do rozwiązywania prostych zadań
• stosuje własności ciągu arytmetycznego lub geometrycznego do rozwiązywania prostych zadań
• oblicza wysokość kapitału przy różnym okresie kapitalizacji
• oblicza oprocentowanie lokaty (proste przypadki)

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki
• bada monotoniczność ciągów
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące monotoniczności ciągu
• wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny lub geometryczny
• sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny
• sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny
• rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego
• rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru na sumę wyrazów ciągu geometrycznego
• określa monotoniczność ciągu arytmetycznego i geometrycznego
• stosuje własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego w zadaniach
• rozwiązuje zadania związane z kredytami dotyczące okresu oszczędzania i wysokości oprocentowania

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące monotoniczności ciągu
• wyznacza wyrazy ciągu określonego rekurencyjnie
• dowodzi wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
• stosuje średnią geometryczną do rozwiązywania zadań
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące ciągów

FUNKCJE WYMIERNE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne
• stosuje zależność między wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi do rozwiązywania prostych zadań
• wyznacza współczynnik proporcjonalności
• podaje wzór proporcjonalności odwrotnej, znając współrzędne punktu należącego do wykresu
• szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$ i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności)
• szkicuje wykresy funkcji $f(x) = \frac{a}{x} + q$ oraz $f(x) = \frac{a}{x-p}$ i odczytuje jej własności
• wyznacza asymptoty wykresu powyższych funkcji
• dobiera wzór funkcji do jej wykresu
• wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego
• oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej
• skraca i rozszerza proste wyrażenia wymierne
• wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych (proste przypadki) i podaje odpowiednie założenia
• rozwiązuje proste równania wymierne
• wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania prostych zadań tekstowych

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• rozwiązuje zadania tekstowe, stosując proporcjonalność odwrotną

<ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ w podanych przedziałach
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza współczynnik a tak, aby funkcja $f(x) = \frac{a}{x}$ spełniała podane warunki
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza wzory funkcji $f(x) = \frac{a}{x} + q$ oraz $f(x) = \frac{a}{x-p}$ spełniających podane warunki
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza dziedzinę wyrażenia wymiernego, korzystając z prostych równań kwadratowych
<ul style="list-style-type: none"> wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych i podaje odpowiednie założenia
<ul style="list-style-type: none"> przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje równania wymierne
<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań tekstowych
<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje wielkości odwrotnie proporcjonalne do rozwiązywania zadań tekstowych dotyczących prędkości

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji i wyrażeń wymiernych przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej i szkicuje wykres funkcji
$f(x) = \frac{a}{x-p} + q$ oraz podaje jej własności

FUNKCJE WYKŁADNICZE I LOGARYTMY

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach (proste przypadki) porównuje liczby przedstawione w postaci potęg (proste przypadki) wyznacza wartości funkcji wykładniczej dla podanych argumentów sprawdza, czy punkt należy do wykresu funkcji wykładniczej wyznacza wzór funkcji wykładniczej i szkicuje jej wykres, znając współrzędne punktu należącego do jej wykresu szkicuje wykres funkcji wykładniczej, stosując przesunięcie o wektor i określa jej własności szkicuje wykres funkcji, będący efektem jednego przekształcenia wykresu funkcji wykładniczej i określa jej własności oblicza logarytm danej liczby stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest jego wartość rozwiązuje równania wykładnicze, stosując logarytm oblicza logarytm iloczynu, ilorazu i potęgi, stosując odpowiednie twierdzenia o logarytmach

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach porównuje liczby przedstawione w postaci potęg odczytuje rozwiązania nierówności na podstawie wykresów funkcji wykładniczych podaje odpowiednie założenia dla podstawy logarytmu lub liczby logarytmowanej podaje przybliżoną wartość logarytmów dziesiętnych z wykorzystaniem tablic stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadnienia równości wyrażeń wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i logarytmu do rozwiązywania zadań o kontekście praktycznym
--

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• dowodzi twierdzenia o logarytmach
• wykorzystuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu w zadaniach
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji wykładniczej i logarytmicznej

KLASA TRZECIA

RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• wypisuje wyniki danego doświadczenia
• stosuje w typowych sytuacjach regułę mnożenia
• przedstawia w prostych sytuacjach drzewo ilustrujące wyniki danego doświadczenia
• wypisuje permutacje danego zbioru
• stosuje definicję silni
• oblicza w prostych sytuacjach liczbę permutacji danego zbioru
• oblicza w prostych sytuacjach liczbę wariacji bez powtórzeń
• oblicza w prostych sytuacjach liczbę wariacji z powtórzeniami
• stosuje w prostych sytuacjach regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek
• określa zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia
• określa zbiór zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu
• określa zdarzenia przeciwne, zdarzenia niemożliwe, zdarzenia pewne i zdarzenia wykluczające się
• podaje rozkład prawdopodobieństwa dla rzutów kostką, monetą
• stosuje w prostych, typowych sytuacjach klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych
• podaje rozkład prawdopodobieństwa
• oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego
• stosuje w prostych sytuacjach twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek
• oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę permutacji danego zbioru
• oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę wariacji bez powtórzeń
• oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę wariacji z powtórzeniami
• zapisuje zdarzenia w postaci sumy, iloczynu oraz różnicy zdarzeń
• stosuje w bardziej złożonych sytuacjach klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych
• stosuje własności prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń
• stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące prawdopodobieństwa
• ilustruje doświadczenia wieloetapowe za pomocą drzewa i na tej podstawie oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń

2. STATYSTYKA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę
• oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych pogrupowanych na różne

sposoby
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza wariancję i odchylenie standardowe • oblicza średnią ważoną liczb z podanymi wagami

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych na diagramie • wykorzystuje średnią arytmetyczną, medianę, dominantę i średnią ważoną do rozwiązywania zadań • oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych na różne sposoby

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> • porównuje odchylenie przeciętne z odchyleniem standardowym • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące statystyki
--

PLANIMETRIA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> • podaje i stosuje wzory na długość okręgu, długość łuku, pole koła i pole wycinka koła • określa wzajemne położenie okręgów, mając dane promienie tych okręgów oraz odległość ich środków • oblicza pola figur, stosując zależności między okręgami (proste przypadki) • określa liczbę punktów wspólnych prostej i okręgu przy danych warunkach • stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania prostych zadań • rozpoznaje kąty wpisane i środkowe w okręgu oraz wskazuje łuki, na których są one oparte • stosuje twierdzenie o kącie środkowym i kącie wpisanym, opartych na tym samym łuku (proste przypadki) • podaje różne wzory na pole trójkąta • oblicza pole trójkąta, dobierając odpowiedni wzór (proste przypadki) • rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny lub równoboczny • rozwiązuje zadania związane z okręgiem opisanym na trójkącie • podaje wzory na pole równoległoboku, rombu i trapezu • wykorzystuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania pól czworokątów (proste przypadki) • oblicza odległość punktów w układzie współrzędnych • oblicza odwód wielokąta, mając dane współrzędne jego wierzchołków • stosuje wzór na odległość między punktami do rozwiązywania prostych zadań • wyznacza współrzędne środka odcinka, mając dane współrzędne jego końców • rysuje figury symetryczne w danej symetrii osiowej • konstruuje figury symetryczne w danej symetrii środkowej • określa liczbę i wskazuje osi symetrii figury • wskazuje środek symetrii figury • znajduje obrazy figur geometrycznych w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych • znajduje obrazy figur geometrycznych w symetrii środkowej względem środka układu współrzędnych • stosuje własności symetrii osiowej i środkowej do rozwiązywania prostych zadań
--

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • stosuje wzory na długość okręgu, długość łuku okręgu, pole koła i pole wycinka koła do obliczania pól i obwodów figur • oblicza pole figury, stosując zależności między okręgami • stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania trudniejszych zadań • stosuje twierdzenie o kącie środkowym i kącie wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia do rozwiązywania zadań o większym stopniu trudności • stosuje różne wzory na pole trójkąta i przekształca je • wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów • rozwiązuje zadania związane z okręgiem wpisanym w dowolny trójkąt i opisanym na dowolnym
--

trójkącie
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje własności środka okręgu opisanego na trójkącie w zadaniach z geometrii analitycznej • wykorzystuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania pól czworokątów • stosuje wzór na odległość między punktami oraz środek odcinka do rozwiązywania trudniejszych zadań • stosuje własności symetrii osiowej i środkowej do rozwiązywania trudniejszych zadań

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> • dowodzi twierdzenia dotyczące kątów w okręgu • dowodzi wzoru na pole trójkąta • rozwiązuje zadania z planimetrii o znacznym stopniu trudności • stosuje przesunięcie figury o wektor do rozwiązywania zadań • podaje środek obrotu i kąt obrotu w prostych sytuacjach • opisuje równaniem okrąg o danym środku i przechodzący przez dany punkt • wyznacza środek i promień okręgu, mając jego równanie
--

3. STEREOMETRIA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> • wskazuje w wielościanie proste prostopadłe, równoległe i skośne • wskazuje w wielościanie rzut prostokątny danego odcinka na daną płaszczyznę • określa liczby ścian, wierzchołków i krawędzi wielościanu • wskazuje elementy charakterystyczne wielościanu (np. wierzchołek ostrosłupa) • oblicza pola powierzchni bocznej i całkowitej graniastosłupa i ostrosłupa prostego • rysuje siatkę wielościanu na podstawie jej fragmentu • oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego • oblicza objętości graniastosłupa i ostrosłupa prawidłowego • wskazuje kąt między przekątną graniastosłupa a płaszczyznę jego podstawy • wskazuje kąty między odcinkami w ostrosłupie a płaszczyznę jego podstawy • wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami wielościanu • rozwiązuje typowe zadania dotyczące kąta między prostą a płaszczyznę • stosuje w prostych sytuacjach funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości wielościanu • wskazuje przekroje prostopadłościanu • wskazuje elementy charakterystyczne bryły obrotowej (np. kąt rozwarcia stożka) • oblicza w prostych sytuacjach pole powierzchni i objętość bryły obrotowej • stosuje w prostych sytuacjach funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości bryły obrotowej • wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza wnioskowania dotyczące położenia prostych w przestrzeni • stosuje i przekształca wzory na pola powierzchni i objętości wielościanów • stosuje w bardziej złożonych sytuacjach funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii do obliczenia pola powierzchni i objętości wielościanu • oblicza pola przekrojów prostopadłościanów, w tym również mając dany kąt nachylenia płaszczyzny przekroju do jednej ze ścian prostopadłościanu • oblicza miarę kąta dwuściennego między ścianami wielościanu • stosuje w bardziej złożonych sytuacjach funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii do obliczenia pola powierzchni i objętości bryły obrotowej • wykorzystuje podobieństwo brył w rozwiązaniach zadań
--

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące stereometrii
--

- przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących związków miarowych w wielościanach i bryłach obrotowych